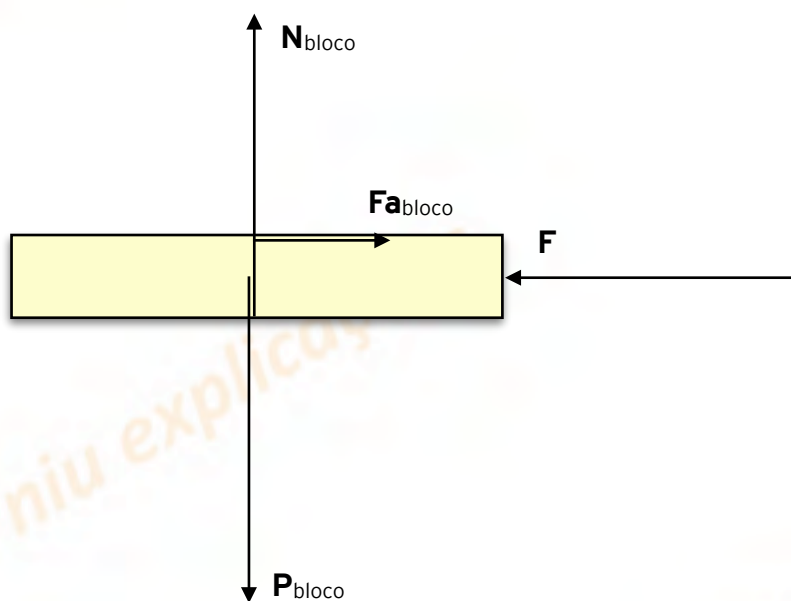
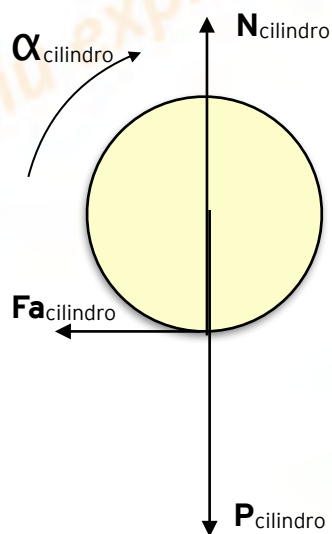


PERGUNTA DE DESENVOLVIMENTO

1. a)



b)

No cilindro,

$$\begin{cases} Fa_{\text{cilindro}} = m a_{\text{cilindro}} \\ Fa_{\text{cilindro}} \cdot R = I \alpha_{\text{cilindro}} \end{cases}$$

No bloco,

$$F - Fa_{\text{bloco}} = M \cdot a_{\text{bloco}}$$

Notando que $|\vec{F}a_{\text{bloco}}| = |\vec{F}a_{\text{cilindro}}|$ e que a condição de não deslizamento do cilindro é dada por

$$a_{\text{bloco/esfera}} = \alpha_{\text{cilindro}} \cdot R \Rightarrow \alpha_{\text{cilindro}} = \frac{a_{\text{bloco}} - a_{\text{esfera}}}{R}$$

estamos em condições para escrever o sistema que dita as leis de movimento dos corpos,

$$\begin{cases} Fa = m \cdot a_{\text{cilindro}} \\ Fa \cdot R = \frac{1}{2} m R^2 \frac{a_{\text{bloco}} - a_{\text{cilindro}}}{R} \\ F - Fa = M \cdot a_{\text{bloco}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Fa = m \cdot a_{\text{cilindro}} \\ m \cdot a_{\text{cilindro}} = \frac{m}{2} (a_{\text{bloco}} - a_{\text{cilindro}}) \\ F - m \cdot a_{\text{cilindro}} = M \cdot a_{\text{bloco}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 3a_{\text{cilindro}} = a_{\text{bloco}} \\ F - m \cdot a_{\text{cilindro}} = 3M \cdot a_{\text{cilindro}} \end{cases} \Rightarrow a_{\text{cilindro}} = \frac{F}{3M + m} \Rightarrow a_{\text{bloco}} = \frac{3F}{3M + m}$$

c)

$$\alpha_{\text{cilindro}} = \frac{a_{\text{bloco}} - a_{\text{esfera}}}{R} = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{3F}{3M + m} - \frac{F}{3M + m} \right) = \frac{2F}{R(3M + m)}$$

PERGUNTAS DE ESCOLHA MÚLTIPLA

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
A	C	D	C	A	B	D	A	C	E	C	C	E	A	C	C	D	E	E*	D	D	D	D**	A	C	B

* Admite-se que o disco é um corpo rígido que efetua um movimento de rotação. Caso contrário a alínea correta seria a A

** Apesar do momento angular e da quantidade de movimento serem grandezas vetoriais, admite-se que se está a referir ao respetivo módulo, pois entre vetores não faz sentido falar-se de proporcionalidade, apenas de colinearidade. Caso contrário a alínea E seria a correta.

Rogério Sá

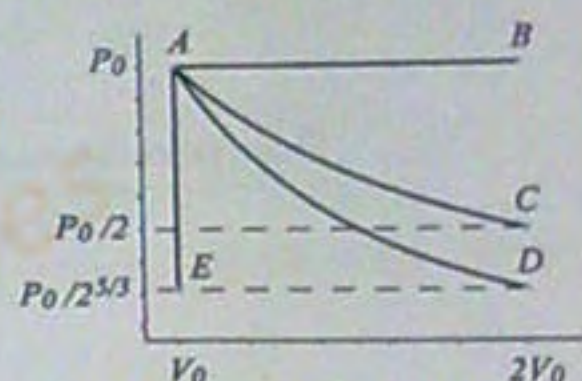
Este documento pode ser integralmente copiado, divulgado e transmitido sob quaisquer meios, desde que o seu conteúdo e forma sejam totalmente preservados, tal como se apresenta no original, incluindo o presente aviso (cópia exata). É expressamente proibida a utilização da totalidade ou parte deste documento para fins comerciais. (Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos, Decreto-Lei n.º 63/85 de Março).

1ª Parte - Perguntas de Escolha Múltipla (13 valores)

1. Um corpo com massa m move-se em linha recta ao longo do eixo dos xx sob a acção da força $F = k(x+x^3)$, onde k é constante. Sabendo que no instante $t = 0$ a partícula passa na origem com velocidade v_0 , a expressão que dá a sua velocidade como função da posição x , $v(x)$, é:

- (a) $v^2 = v_0^2 + \frac{k}{m} \left(x^2 + \frac{x^4}{2} \right)$.
(b) $v = v_0 + \sqrt{\frac{k(x^2+x^4)}{m}}$.
(c) $v = v_0 + \sqrt{\frac{k}{2m} \left(x^2 + \frac{x^4}{2} \right)}$.
(d) $v = \frac{1}{v_0 + \frac{k}{2m} \left(x^2 + \frac{x^4}{2} \right)}$.
(e) $v^2 = v_0^2 + \frac{k}{m} (x + 3x^2)$.

4. Um gás ideal monoatômico é sujeito a 4 processos distintos, indicados na figura. Todos os processos têm início no estado A com pressão P_0 e volume V_0 . Qual dos processos é adiabático?



- (a) Processo $A \rightarrow B$.
(b) Processo $A \rightarrow C$.
(c) Processo $A \rightarrow D$.
(d) Processo $A \rightarrow E$.
(e) Nenhum dos processos é adiabático.

2. Considere os seguintes três vectores: $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ e $\vec{c} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$. O resultado da operação $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ é:

- (a) $-4\hat{k}$.
(b) 0.
(c) -21.
(d) 120.
(e) $2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$.

5. Relativamente à questão anterior, qual das seguintes afirmações referente à energia interna, U , do gás é verdadeira?

- (a) $U_B - U_A = \frac{3}{2}P_0V_0$.
(b) $U_C - U_A = \frac{1}{3}P_0V_0$.
(c) $U_D - U_A = 0$.
(d) $U_E - U_A = P_0V_0$.
(e) Todas as afirmações anteriores estão erradas.

3. Um objecto com massa m desliza com velocidade constante ao longo de um plano inclinado de ângulo α . Os coeficientes de atrito estático e cinético entre as superfícies do objecto e do plano inclinado são, respectivamente, μ_e e μ_c . Nesta situação, o ângulo de inclinação α do plano é:

- (a) $\alpha = \arcsin \mu_c$.
(b) $\alpha = \arctan \mu_e$.
(c) $\alpha = \arctan \frac{1}{\mu_e}$.
(d) $\alpha = \arctan \mu_c$.
(e) $\alpha = \arccos \mu_c$.

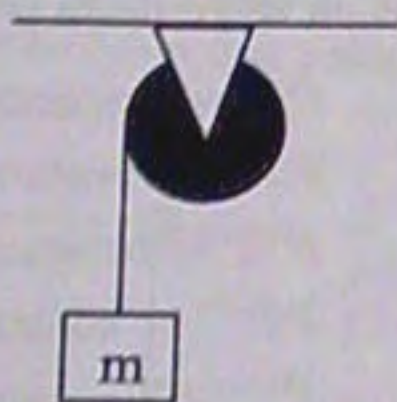
6. A altura máxima, H , atingida por um projectil lançado do solo com velocidade inicial v_0 segundo uma direcção que faz um ângulo θ_0 com a horizontal é:

- (a) $H = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$.
(b) $H = \frac{(v_0 \sin \theta_0)^2}{2g}$.
(c) $H = \frac{2v_0^2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{g}$.
(d) $H = \frac{v_0^2 \sin \theta_0}{g}$.
(e) $H = \frac{v_0^2}{g} \tan \theta_0$.

7. Num reservatório com volume V estão 3 moles de um gás ideal, monoatômico, à pressão P . A energia cinética média de todas as partículas do gás é:

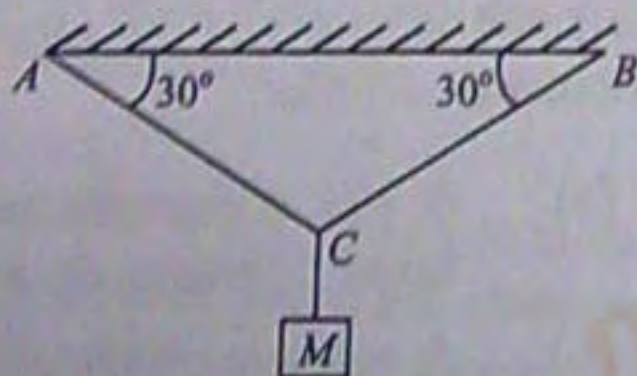
- (a) $\frac{PV}{3N_A}$.
- (b) $\frac{4PV}{3\pi N_A}$.
- (c) $\frac{9PV}{2N_A}$.
- (d) $\frac{PV}{2N_A}$.
- (e) São necessários mais dados para responder.

8. Um bloco de massa m está suspenso por um fio enrolado numa roldana de massa M e raio R (sendo $I = MR^2/2$) como indicado na figura. Se não existir deslizamento, a tensão no fio será:



- (a) $T = \frac{Mmg}{2m+M}$.
- (b) $T = (M+m)g$.
- (c) $T = (\frac{M}{2} + m)g$.
- (d) $T = \frac{Mg}{2}$.
- (e) $T = mg$.

9. Sabendo que a massa M representada na figura pesa 40 N, as forças de tensão nas cordas AC e BC valem, respectivamente:

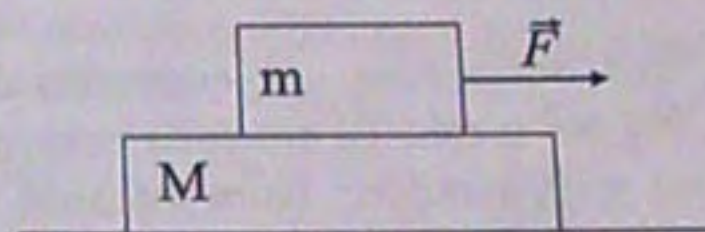


- (a) 30 N e 50 N.
- (b) 30 N e 30 N.
- (c) 40 N e 40 N.
- (d) 50 N e 30 N.
- (e) 50 N e 50 N.

10. Considere um cilindro maciço homogêneo com um raio R e uma massa M que rola sem deslizar ao longo de um plano inclinado, fazendo um ângulo α com a horizontal. Tendo em conta que o momento de inércia em torno do seu eixo é dado por $MR^2/2$, a força de atrito é então dada por (onde g é a aceleração gravítica):

- (a) $Mg \sin \alpha$.
- (b) $\frac{1}{2}Mg \sin \alpha$.
- (c) $\frac{3}{2}Mg \sin \alpha$.
- (d) $2Mg \sin \alpha$.
- (e) $\frac{1}{3}Mg \sin \alpha$.

11. Um bloco com massa m é colocado sobre outro com massa M . Admita que não há atrito entre o bloco M e a superfície horizontal sobre a qual repousa. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre os dois blocos são μ_e e μ_c , respectivamente. É aplicada uma força $\vec{F}$ horizontal ao bloco de cima, tal como mostra a figura. O valor máximo da força $\vec{F}$ que movimenta o sistema sem que os blocos se desloquem relativamente um ao outro é:



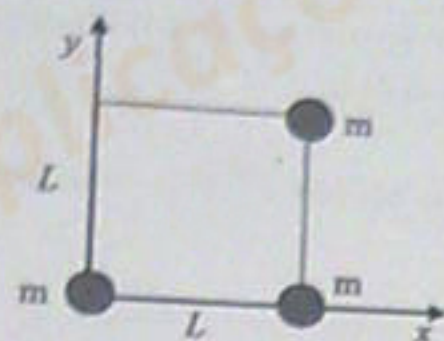
- (a) $F_{max} = \mu_c \frac{M}{m} (M+m)g$.
- (b) $F_{max} = \mu_c (M+m)g$.
- (c) $F_{max} = \mu_e \frac{m}{M} (M+m)g$.
- (d) $F_{max} = \mu_e (M+m)g$.
- (e) $F_{max} = \mu_e \frac{M}{m} g$.

12. O vector velocidade de uma partícula que se move no plano xy é dado por $\vec{v} = (6t - 4t^2)\hat{i} + 8\hat{j}$ (em m/s e para $t > 0$ s). A aceleração da partícula é nula quando:

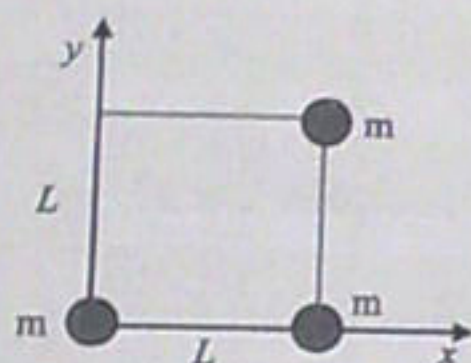
- (a) $t = 10$ s.
- (b) $t = 5/3$ s.
- (c) $t = 3/4$ s.
- (d) $t = 2/3$ s.
- (e) Nenhuma das respostas anteriores.

13. Um trenó com 20 kg de massa desliza ao longo de uma colina na Serra do Marão, partindo de uma altitude de 200 m relativamente ao sopé da colina. O trenó parte do repouso e tem uma velocidade de 20 m/s quando atinge a base da colina. A perda de energia devida ao atrito foi de: (Nota: considere $g = 10 \text{ m/s}^2$).
- (a) 360 J.
(b) 1000 J.
(c) 3600 J.
(d) 10000 J.
(e) 36000 J.
14. Considere oxigénio à temperatura de 330 K e pressão de $0,8314 \times 10^5 \text{ Pa}$, no estado gasoso. Nestas condições e sabendo que a massa molar do oxigénio é de $32 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$, qual é o volume que ocupam 64 kg de oxigénio? (Nota: Use $R = 8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$).
- (a) 66 m³.
(b) 330 m³.
(c) 33 m³.
(d) 660 m³.
(e) 33 L.
15. Um disco com um momento de inércia $I = 2 \text{ Kg m}^2$ e raio 10 cm roda com velocidade angular $\omega = 2,5 \text{ rad/s}$. Num instante $t = 0 \text{ s}$ aplica-se um travão sobre a periferia do disco, o qual exerce uma força tangencial constante de módulo $F = 2 \text{ N}$. O número de rotações efectuadas pelo disco 10 segundos depois é:
- (a) $30/\pi$.
(b) 10.
(c) $10/\pi$.
(d) 30.
(e) 5.
16. Uma partícula de massa m está sujeita a uma força $F(x)$ associada com a energia potencial $E_p(x) = 3x^2 - x^3$. A expressão da força é:
- (a) $-6 - 6x$.
(b) $3\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$.
(c) $-6x + 3x^2$.
(d) $x^3 - \frac{x^4}{4} + 6$.
(e) Não há informação suficiente para obter $F(x)$.
17. Entre duas paredes são colocadas em série duas barras de materiais distintos, mas com igual secção. A barra 1 tem um comprimento de 20 cm e uma condutividade térmica de $k_1 = 200 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$. A barra 2 tem um comprimento de 30 cm e uma condutividade térmica de $k_2 = 300 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$. A diferença de temperatura entre as paredes é de $\Delta T = 100 \text{ K}$. Sabendo que a corrente térmica total que flui pelas barras é de 10 W qual é o valor da secção das barras?
- (a) 5 m².
(b) 1 cm².
(c) 0.5 m².
(d) 2 cm².
(e) 2 m².
18. Um gás ideal é submetido a um processo adiabático. A relação entre a pressão e a temperatura do gás ao longo deste processo é:
- (a) $PT = \text{constante}$.
(b) $PT^\gamma = \text{constante}$.
(c) $P^\gamma T = \text{constante}$.
(d) $PT^{-\gamma} = \text{constante}$.
(e) $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{constante}$.
19. Um disco de massa m e raio R tem um momento angular constante, igual a $2 \text{ kgm}^2/\text{s}$ no intervalo de tempo $0 \leq t < 60 \text{ s}$. Nestas condições, a sua aceleração angular neste intervalo de tempo é:
- (a) Impossível de saber porque não existem dados para resolver o problema.
(b) $\frac{2}{mR^2t}$.
(c) $\frac{1}{2mR^2t}$.
(d) $4mR^2t$.
(e) 0.
20. Quando um corpo rígido roda em torno de um eixo de simetria sem que lhe esteja aplicado qualquer momento exterior,
- (a) A sua aceleração angular é uma constante diferente de zero.
(b) A sua velocidade angular varia uniformemente.
(c) A sua aceleração angular varia uniformemente.
(d) A sua velocidade angular é uma constante diferente de zero.
(e) Nenhuma das alíneas anteriores está correcta.

21. Considere um sistema de três partículas tal como indicado na figura. O raio vector posição do centro de massa do sistema é:



- (a) $\vec{r}_{CM} = \frac{2m}{L}\hat{i} + \frac{2m}{L}\hat{j}$.
 (b) $\vec{r}_{CM} = 3\sqrt{2}L\hat{i} + \sqrt{2}L\hat{j}$.
 (c) $\vec{r}_{CM} = \frac{L}{2}\hat{i} + \frac{L}{3}\hat{j}$.
 (d) $\vec{r}_{CM} = \frac{2L}{3}\hat{i} + \frac{L}{3}\hat{j}$.
 (e) $\vec{r}_{CM} = \frac{3L}{2}\hat{i} + \frac{2L}{3}\hat{j}$.
22. O momento de inércia do sistema de partículas indicado na figura em relação a um eixo perpendicular ao plano da folha que passe na origem é:



- (a) $(1 + \sqrt{2})mL^2$.
 (b) $2mL^2\hat{i} + mL^2\hat{j}$.
 (c) mL^2 .
 (d) $3mL^2$.
 (e) $\frac{3}{2}mL^2$.
23. Qual das seguintes afirmações é verdadeira:
- (a) Na ausência de forças exteriores aplicadas a um dado sistema não há conservação de momento angular.
 (b) O momento angular de um sistema só se conserva se o somatório das forças exteriores aplicadas sobre esse sistema for nulo.
 (c) Na ausência de momentos de forças exteriores aplicadas sobre um dado sistema, o seu momento angular é nulo.
 (d) O momento angular de uma partícula em relação a um ponto é proporcional à sua quantidade de movimento.
 (e) Todas as afirmações anteriores são falsas.

24. Uma máquina térmica tem um rendimento de 30%. O calor libertado para o reservatório de energia térmica à temperatura mais baixa é de 700 J. Qual é o trabalho realizado?

- (a) 300 J.
 (b) 700 J.
 (c) 1000 J.
 (d) 210 J.
 (e) São necessários mais dados para responder.

25. Um barco desloca-se num rio na direcção norte-sul e com velocidade v em relação à corrente. Visto da margem, o barco move-se com velocidade V na direcção do Noroeste (NO). O vector velocidade da corrente (em relação à margem) $\vec{v}_{C/M}$ é:

- (a) $(V \cos 45^\circ - v)\hat{i} + V \sin 45^\circ \hat{j}$.
 (b) $(v \cos 45^\circ - V)\hat{i} + v \sin 45^\circ \hat{j}$.
 (c) $-V \cos 45^\circ \hat{i} + (v + V \sin 45^\circ)\hat{j}$.
 (d) $V \cos 45^\circ \hat{i} - (v - V \sin 45^\circ)\hat{j}$.
 (e) $-v \cos 45^\circ \hat{i} + (v \sin 45^\circ + V)\hat{j}$.

26. O momento de inércia de uma barra fina, homogênea, de comprimento L e massa M em relação a um eixo perpendicular à barra e que passe pelo seu centro de massa é:

- (a) $ML^2/2$.
 (b) $ML^2/12$.
 (c) $ML^2/3$.
 (d) $ML^2/6$.
 (e) $ML^2/4$.

Rogério Sá

2ª Parte - Pergunta de Desenvolvimento (5 valores)

- 1 - Responda à seguinte pergunta nas folhas de exame dadas em separado.
- 2 - Apresente todos os cálculos que tiver efectuado.
- 3 - Justifique convenientemente todas as suas respostas, apresentando os resultados em função dos dados do enunciado.
- 4 - Assine todas as folhas que entregar.

1. Considere um cilindro uniforme de raio r e massa m que está em cima de um bloco de massa M . O bloco pode deslizar em cima de uma superfície horizontal sem atrito. O bloco é empurrado aplicando nele uma força $\vec{F}$ horizontal e o cilindro rola sem escorregar, tal como mostra a figura 1. O momento de inércia do cilindro em relação ao seu eixo de simetria é $I = MR^2/2$. Indicando claramente o referencial usado nos seus cálculos:
 - (a) Desenhe o diagrama de forças que actuam no cilindro e no bloco.
 - (b) Calcule a aceleração do bloco, a_b .
 - (c) Calcule a aceleração angular do cilindro, α_c .

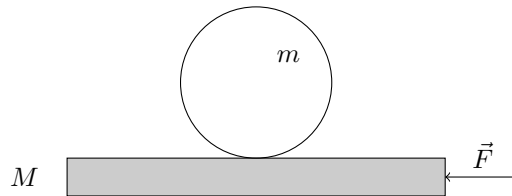


Figura 1:

Formulário de Física (MIEEC)

$$\begin{aligned}\vec{r} &= x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \\ \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} &= v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k} \quad \rightarrow \quad v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt} \\ \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} &= a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} \quad \rightarrow \quad a_x = \frac{dv_x}{dt}; a_y = \frac{dv_y}{dt}; a_z = \frac{dv_z}{dt}\end{aligned}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}; \quad a_n = \frac{v^2}{R}; \quad \vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t; \quad \vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}; \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \quad \begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} & \text{se } m = C^{te} \\ \vec{F} = M\frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{v}_{rel}\frac{dM}{dt} & \text{se } M \neq C^{te} \end{cases}$$

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt; \quad A_e \leq \mu_e N; \quad A_c = \mu_c N$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \Delta E_c; \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2; \quad P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$E_{pg} = mgh; \quad E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2; \quad F_x = -\frac{dE_p}{dx}$$

$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M}; \quad \vec{R}_{CM} = \frac{1}{M} \int_m \vec{r} dm; \quad M = \sum_i m_i; \quad M = \int_m dm; \quad \vec{V}_{CM} = \frac{d\vec{R}_{CM}}{dt}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}; \quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}; \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{F}_{ext} = M\vec{A}_{CM} = M\frac{d\vec{V}_{CM}}{dt}; \quad \vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M\vec{V}_{CM}; \quad \vec{L} = \sum_i m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}; \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}; \quad v = \omega r; \quad a_t = \alpha r; \quad a_n = \omega^2 r$$

$$I = \sum_i m_i r_i^2; \quad I = \int_m r^2 dm; \quad I = I_{CM} + md^2; \quad I_z = I_x + I_y$$

$$L = I\omega; \quad \tau = I\alpha; \quad v_{CM} = \omega R; \quad a_{CM} = \alpha R; \quad E_{crot} = \frac{1}{2}I\omega^2; \quad E_c = \frac{1}{2}MV_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$$

Formulário de Física (MIEEC)

$$R = N_A k_B = 8,314 \text{ J/(mol K)}; \quad N_A = 6,022 \times 10^{23}; \quad k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$PV = nRT = Nk_B T; \quad n = \frac{N}{N_A}; \quad P = n_V k_B T; \quad n_V = \frac{N}{V}$$

$$c_P = \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_P; \quad c_V = \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)_V; \quad c_P - c_V = R$$

$$PV^\gamma = C^{te.}; \quad TV^{\gamma-1} = C^{te.}; \quad \gamma = \frac{c_P}{c_V}; \quad \gamma = 1 + \frac{2}{p}; \quad U = pN \frac{k_B T}{2}$$

$$\Delta U = Q_{ent} + W_{viz}; \quad W_{viz} = -W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV; \quad \eta = \frac{W}{Q_{ent}} = 1 - \frac{Q_{sai}}{Q_{ent}}$$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q_{rev}}{T}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k_B T}{m}}; \quad v_p = \sqrt{2 \frac{k_B T}{m}}; \quad v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3 \frac{k_B T}{m}}$$

$$P = \frac{1}{3} n_V m \overline{v^2}; \quad \overline{\frac{1}{2} m v_x^2} = \frac{1}{2} k_B T$$

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{\left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right)}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = kS \frac{\Delta T}{\Delta x}; \quad R = \frac{\Delta x}{kS}$$

$$P = e\sigma AT^4, \text{ com } \boxed{\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}}$$